

Potencias

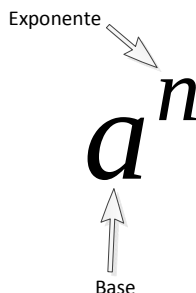
Potencias de exponente natural

Si $a \in \mathbb{R}$ y $n \in \mathbb{N}$, siendo $n > 1$

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ veces}}$$

$\left\{ \begin{array}{l} a^n \text{ es la potencia } n\text{-ésima} \\ a \text{ es la base} \\ n \text{ es el exponente} \end{array} \right.$

CONVENIO: $\left\{ \begin{array}{l} a^0 = 1, a \neq 0 \\ a^1 = a \end{array} \right.$



Propiedades:

1) $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

2) $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

3) $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

4) $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

5) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}; b \neq 0$

Potencias de exponente entero

Si $a \in \mathbb{R}$ y $n \in \mathbb{Z}$, siendo $n > 0$ y $a \neq 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Potencias de exponente fraccionario

Sea m/n un número racional,

donde n es un entero positivo mayor de 1,

si a es un número real tal que existe $\sqrt[n]{a}$, entonces

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m; \quad \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}} = \frac{1}{a^{\frac{m}{n}}} = a^{-\frac{m}{n}}$$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}; \quad a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m = (a^m)^{\frac{1}{n}}$$

★ Si n es un número entero positivo, la notación exponencial a^n , representa el producto del número real a multiplicado n -veces por sí mismo. La expresión a^n se lee "a a la enésima potencia".

★ Simplificar una expresión donde hay potencias de números reales, significa cambiarla a otra en que cada número real aparece sólo una vez. Debemos asumir que los denominadores siempre representan números reales diferentes de cero.

★ Es importante observar que si n es un entero positivo, entonces una expresión de la forma $5a^n$ significa $5(a^n)$ pero nunca $(5a)^n$. El número real 5 se llama *coeficiente de a^n* en la expresión $5a^n$.

★ Las leyes de los exponentes son ciertas para exponentes racionales e irracionales como:

$$3^{\sqrt{2}} \text{ ó } 5^{\pi}$$



Para operar sacamos factor común:

Ejemplo: $2^5 - 2^7 + 2^4 = 2^4(2 - 2^3 + 1) = 16(-5) = -80$

Ejemplos:

a) $2^4 = 16$

b) $-2^4 = -16$

c) $(-2)^4 = 16$

d) $\left[(-2)^5\right]^2 = 1024$

e) $(-0,003)^5 = -\frac{243}{10^{15}}$

f) $\left[\frac{3^2 \cdot (-2)}{6}\right]^2 = 9$

g) $\left[\frac{(-2)(-3)^3}{9}\right]^2 = 36$

h) $-2^3 = -8$

i) $2^3 = 8$

j) $(-2)^3 = -8$

k) $(-2^4)^3 = -2^{12}$

l) $\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$

m) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \frac{25}{4}$

n) $\left\{\left[(-3^2)^3\right]^5\right\}^3 = -3^{90}$

o) $\left(\frac{1}{5} - 2\right)^{-2} = \frac{25}{81}$

p) $\left(\frac{16}{5} - 1,2\right)^{-3} = \frac{1}{8}$

q) $5^{-\frac{2}{5}} = \frac{\sqrt[5]{125}}{5}$

r) $\frac{3 + 2^{-1}}{3 - 4^{-\frac{1}{5}}} = \frac{7}{6 - \sqrt[5]{8}}$

s) $(2-x)^{\frac{5}{2}} = \sqrt{(2-x)^5}$

t) $\frac{2^3}{2^{-1}} - 2^{-1}2^4 + (2^3)^{-1} = \frac{65}{8}$

u) $2\left(3a^2b^{\frac{1}{2}} - 2\right)^{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{3a^2\sqrt{b} - 2}$