

RAZONES Y PROPORCIONES

MAGNITUD: propiedad o cualidad **medible** de un cuerpo: longitud, masa, Tiempo, temperatura,...

CANTIDADES HOMOGÉNEAS: aquellas que pertenecen a una misma magnitud (tiempo, longitud, masa,...)

RAZÓN DE DOS CANTIDADES homogéneas es el número que expresa el valor de la primera cuando la segunda se toma como unidad.

Ejemplo: Una caja de tornillos pesa 2,5 Kg y otra 0,5 Kg. La razón es $2,5/0,5 = 5$; se lee "2,5 es a 0,5" y nos indica que la caja grande pesa 5 veces más que la pequeña.

(**No confundir razón con fracción:** en una razón los números a y b pueden ser decimales y en una fracción estos números son enteros)

RAZÓN

Razón es el cociente entre dos números o dos cantidades a y b . Se escribe a/b y se lee " a es a b ". No tiene unidades y sirve para comparar. Indica el número de veces que una cantidad es mayor que otra. Decimos que " a " es el *antecedente* y " b " es el *consecuente*

p. ej. | La razón de los números 5 y 50 es: $\frac{5}{50}$ ó $\frac{1}{10}$

RAZONES INVERSAS:

Aquellas cuyo su producto es la unidad: $\frac{a}{b}$ y $\frac{b}{a}$

p. ej. | $\frac{7}{3}$ y $\frac{3}{7} \Rightarrow \frac{7}{3} \cdot \frac{3}{7} = \frac{21}{21} = 1$

PROPORCIÓN

Es la igualdad de dos razones: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$

Y se lee " a es a b como c es a d ", donde " a y d " son los **extremos** y " b y c " son los **medios**.

p. ej. | $\frac{7}{3}$ y $\frac{14}{6} \Rightarrow 7 \cdot 6 = 3 \cdot 14$

Propiedad fundamental de las proporciones: el producto de medios es igual al producto de extremos.

(una proporción puede escribirse de ocho formas distintas)

$$\text{Propiedades} \left\{ \begin{array}{l} 1) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} \\ 2) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d} \\ 3) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d} \end{array} \right.$$

Serie de razones iguales:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h} = \dots = k, \text{ "k" es la razón de la serie}$$

$$\text{Propiedad: } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c+e}{b+d+f}$$

CUARTO PROPORCIONAL

Podemos calcular cualquier término de una proporción conociendo los otros tres. Se llama cuarto proporcional al término que desconocemos en una proporción

$$\text{Lo representaremos con la letra } x: \frac{a}{b} = \frac{c}{x} \Rightarrow x = \frac{b \cdot c}{a}$$

PROPORCIONALIDAD

Dos magnitudes son proporcionales cuando:

A una cantidad de la primera le corresponde una determinada cantidad de la segunda.

Dos magnitudes son directamente proporcionales cuando:

- Si se multiplica o divide por un número una de ellas, la otra queda multiplicada o dividida por el mismo número.

Ejemplo: el peso de un producto y su precio, el espacio recorrido por un móvil a velocidad constante y el tiempo empleado, etc...

Constante de proporcionalidad de dos magnitudes directamente proporcionales es el **cociente** de dos cantidades correspondientes de ambas.

Ejemplo: Un coche, a velocidad constante, recorre 110 km en 2 horas, 165 km en 3 horas, 220 km en 4 horas, etc. Como el espacio recorrido y el tiempo son magnitudes directamente proporcionales, decimos:

$$\frac{110}{2} = \frac{165}{3} = \frac{220}{4} = \dots = k \rightarrow k = 55$$

Regla de tres directa es un procedimiento de cálculo que cuando dos magnitudes son **directamente** proporcionales, la razón de dos cantidades de una de ellas es igual a la razón de dos cantidades correspondientes de la otra.

Ejemplo: Si 5 cajas de leche cuestan 4,5 €, ¿Cuánto costarán 12 cajas?

$$\begin{array}{lcl} 5 \text{ cajas} & \rightarrow & 4,5 \text{ €} \\ 12 \text{ cajas} & \rightarrow & x \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{DIRECTA} \end{array} \right. \rightarrow \frac{5}{12} = \frac{4,5}{x} \rightarrow x = \frac{12 \cdot 4,5}{5} \rightarrow \boxed{x = 10,8 \text{ €}}$$

Dos magnitudes son inversamente proporcionales cuando:

- Si se multiplica o divide por un número una de ellas, la otra queda dividida o multiplicada por el mismo número.

Ejemplo: el número de trabajadores y el tiempo empleado en realizar un trabajo, el número de grifos y el tiempo que tardan en llenar una piscina, etc...

Constante de proporcionalidad de dos magnitudes inversamente proporcionales es el **producto** de dos cantidades correspondientes de ambas.

Ejemplo: Una piscina se puede llenar en 8 horas con 5 grifos, en 4 horas con 10 grifos o en 2 horas con 20 grifos. Como el número de grifos y el tiempo son magnitudes inversamente proporcionales, podemos decir:

$$20 \cdot 2 = 10 \cdot 4 = 5 \cdot 8 = \dots = k \rightarrow k = 40$$

Regla de tres inversa es un procedimiento de cálculo que cuando dos magnitudes son **inversamente** proporcionales, la razón de dos cantidades de una de ellas es igual a la razón inversa de dos cantidades correspondientes de la otra.

Ejemplo: Compramos 24 Kg de patatas a 1,5 €/Kg, ¿Cuántos Kg podremos comprar a 2 €/Kg si queremos gastar lo mismo?

$$\begin{array}{lcl} a \text{ 1,5 €/Kg} & \rightarrow & 24 \text{ Kg} \\ a \text{ 2 €/Kg} & \rightarrow & x \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{INVERSA} \end{array} \right. \rightarrow \frac{1,5}{2} = \frac{x}{24} \rightarrow x = \frac{24 \cdot 1,5}{2} \rightarrow \boxed{x = 18 \text{ Kg}}$$

Regla de tres compuesta es un procedimiento de cálculo que consiste en la aplicación simultánea de varias reglas de tres simples, que pueden ser directas o inversas.

Ejemplo: Si 6 obreros, trabajando 4 h diarias, tardan 12 días en construir una valla de 60 m ¿Cuántos días necesitan 10 obreros, trabajando 8 h diarias, para construir una valla de 100 m?

$$\begin{array}{lcl} 6 \text{ obreros} & \rightarrow & 12 \text{ días} \\ 10 \text{ obreros} & \rightarrow & x \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{INVERSA} \end{array} \right. \rightarrow \frac{10}{6} = \frac{12}{x}$$
$$\begin{array}{lcl} 4 \text{ horas} & \rightarrow & 12 \text{ días} \\ 8 \text{ horas} & \rightarrow & x \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{INVERSA} \end{array} \right. \rightarrow \frac{8}{4} = \frac{12}{x}$$
$$\begin{array}{lcl} 60 \text{ m} & \rightarrow & 12 \text{ días} \\ 100 \text{ m} & \rightarrow & x \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{DIRECTA} \end{array} \right. \rightarrow \frac{60}{100} = \frac{12}{x}$$
$$\frac{12}{x} = \frac{10}{6} \cdot \frac{8}{4} \cdot \frac{60}{100} \rightarrow x = \frac{12 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 100}{10 \cdot 8 \cdot 60}; \boxed{x = 6 \text{ días}}$$